

Seminar 4 (Sintaxa și semantica **LP** – inclusiv forme normale și decidabilitate; exclusiv formule particulare și rezoluție **LP**)

1. Care dintre formulele propoziționale care urmează sunt tautologii?

- a) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$.
- b) $(p \rightarrow q) \rightarrow r$.
- c) $((p \wedge q \rightarrow r) \leftrightarrow p) \rightarrow (q \rightarrow r)$.
- d) $(p \wedge r \rightarrow q \wedge s) \rightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s))$.
- e) $((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (p \vee r) \wedge \neg(q \wedge s)) \rightarrow ((q \rightarrow p) \wedge (s \rightarrow r))$.

2. Orice formulă propozițională poate fi „adusă” la forma normală conjunctivă (clauzală) având cel mult trei literali pe clauză (desigur, cu păstrarea satisfiabilității). Legat de aceasta, putem vorbi despre „problema 3CNFSAT”.

3. Găsiți negațiile enunțurilor următoare:

- a) Dacă mâine va ploua sau va ninge, nu voi ieși din casă.
- b) Numărul 324 nu este divizibil cu 3, dar este divizibil cu 4.
- c) Acest patruleter nu este nici un dreptunghi, nici un romb.
- d) Dacă Ion nu va putea lucra mâine, își va pierde slujba.
- e) Triunghiurile echilaterale au toate unghiurile egale cu 60 grade.

4. Exprimați sub forma normală conjunctivă și disjunctivă formulele:

- a) $\neg(\neg p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$.
- b) $(p \rightarrow q) \rightarrow r$.

5. Să considerăm următoarele enunțuri **P** și **Q**. Arătați că **Q** este consecință semantică din **P**.

P: Petru poate fi un student bun doar dacă este inteligent și dacă este susținut financiar de către tatăl său.

Q: Petru va fi un bun student doar dacă el este sprijinit financiar de către tatăl său.

6. Arătați că:

- a) $\{p \rightarrow q, \neg q\} \models \neg p$.
- b) $\{p \rightarrow q, q\} \models p$.

7. Există formule care pot fi în același timp și în **FND** și în **FNC**? Dați măcar un exemplu în caz de răspuns afirmativ.

Seminar 5 (Alte lucruri legate de **LP**: formule Horn și rezoluție; noi cazuri particulare)

1. Fie mulțimea de clauze $G = \{p \vee q, \neg q \vee r, \neg p \vee q, \neg r, \neg q\}$. Găsiți o respingere pornind cu G .

2. Demonstrați „corectitudinea” următoarei afirmații utilizând rezoluția:
Dacă Ion spune că nu l-a întâlnit pe George în noaptea precedentă, asta înseamnă fie că Ion minte, fie că George făcuse o crimă. Dacă George nu a fost un ucigaș, atunci Ion nu l-a întâlnit noaptea precedentă pe George și crima (care a avut totuși loc) s-a petrecut după miezul nopții. Dacă crima a avut loc după miezul nopții, atunci fie George este ucigașul, fie Ion nu minte. Prin urmare, George este ucigașul.

3. Demonstrați, utilizând metoda rezoluției, că axiomele **SD3** (Hilbert) sunt tautologii.

4. Găsiți o formulă compusă, construită pe baza atomilor p , q și r , care este adevărată dacă p și q sunt adevărate iar r este fals, dar care este falsă în toate celelalte cazuri.

Seminar 6 (rezoluție **LP** – continuare; teorii logice și sisteme deductive pentru **LP**)

1. Puteți construi, la nivel teoretic, ceva similar rezoluției dar bazat pe formele normale disjunctive?

2. Justificați „adevărul” formulei

$F = (p \rightarrow q) \wedge ((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r))$, în sistemul **SD3**, folosind următorii „pași”:

a) $p \rightarrow q$.

b) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$.

c) $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow (q \vee \neg p) \rightarrow (r \vee \neg p))$.

d) $p \rightarrow ((q \vee \neg p) \rightarrow (r \vee \neg p))$.

e) $p \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$.

f) p .

g) $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$.

h) $p \rightarrow r$.

3. Arătați că următorul raționament este corect, folosind trei metode diferite (una fiind metoda rezoluției):

$\{p \rightarrow q, q \rightarrow r\} \vdash p \rightarrow r$

4. Verificați (sintactic și semantic) faptul că „regula” *modus ponens*

$((p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q)$ este echivalentă cu „regula” *modus tollens*

$((\neg q \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \neg p)$.